

УДК 519.9

**Идентификация упругих характеристик компонентов  
проектируемых композитов на основе применения  
численных методов решения обратных задач микромеханики  
гетерогенных сред**

*А.П. Соколов, В.Н. Щетинин*

**Аннотация**

На практике часто требуется оценить характеристики нового проектируемого композиционного материала до его непосредственного производства при частично неизвестных характеристиках его компонент. Многие из этих характеристик не могут быть получены экспериментальным путем: например, модуль Юнга или предел прочности углеродного волокна в поперечном к его оси направлении для тканевого композита. В работе предложен численный подход, который позволяет получать оценки недостающих характеристик исходных компонент на базе экспериментальных данных о характеристиках композита. Созданы автоматизированные программные инструменты решения прямых и обратных задач механики композиционных материалов. Проведены вычислительные эксперименты и получены численные результаты. **Ключевые слова:** композиционные материалы, распределенные вычислительные системы, метод конечных элементов, метод гомогенизации, упругость, прочность, термоупругость, термочувствительность, многомасштабное моделирование, моделирование гетерогенных сред, эффективные характеристики, тензорные критерии прочности, разрушение композитов, клиент-серверные приложения, оптимизация, обратные постановки, реверсивный анализ

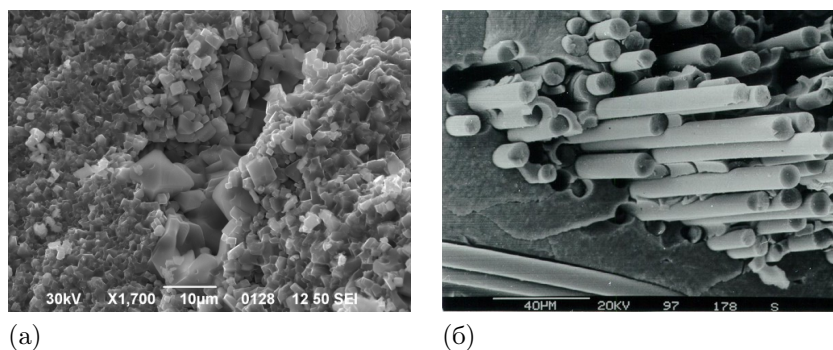
---

**1. Введение**

Композиционные материалы (КМ) находят широкое применение в различных отраслях промышленности: авиастроение, ракетостроение, судостроение, машиностроение и во многих других. Использование композитов позволяет достичь лучшего технического совершенства: обеспечивает снижение удельного веса изделия, способствует увеличению прочностных характеристик, обеспечивает наличие характеристик, недостижимых с использованием классических материалов.

В ракетно-космической и авиационной отраслях традиционные конструкционные материалы постепенно вытесняются более легкими и сравнительно прочными композитными аналогами (в том числе высокопрочными углерод-керамическими КМ 1). Композиты могут иметь преимущества и с точки зрения теплофизических характеристик – такие КМ широко применяются в качестве теплозащитных материалов.

Потенциал использования композитов крайне высок, однако, создание изделия на базе некоторого композита обычно сопряжено с предварительным проектированием и самого композита, что особенно актуально для высокотехнологичных секторов экономики. Процесс проектирования и изготовления нового композита с требуемыми свойствами остается чрезвычайно дорогим.



(а) микрофотографии образца КМ с пространственной дисперсной схемой армирования на основе керамических включений на базе  $TiB_2 - Al_2O_3$ ;  
 (б) микрофотографии образца КМ на основе керамической матрицы на базе карбида кремния  $SiC$  и угольных волокон;

Рис. 1. Примеры микроструктур армирования КМ.

Разработка композиционного материала обычно сопряжена с решением следующих задач:

- А. определение ограничений по предельным нагрузкам в зависимости от проектируемой конструкции;
- В. выбор материалов-компонентов;
- С. выбор технологий изготовления;
- Д. выбор схем армирования.

Все это, как следствие, влечет необходимость проведения серьезных проектных исследований.

**1.1. Объект исследования.** Одной из острых проблем проектирования новых КМ является **достижение заданного качества выпускаемого материала и изделия на его основе**. Под качеством подразумевается: обеспечение заложенных при проектировании в изделие и материал запасов прочности, а также соответствие упругих и теплофизических постоянных тем, что были определены изначально.

Большая часть проектных исследований проводится экспериментально [1], что сопряжено с существенными материальными и временными затратами. Оценка свойств будущих материалов возможна на основе применения аналитических и численных подходов.

Использование приближенных аналитических формул возможно несмотря на плохую точность (правила смеси, вилки Фойгта-Рейсса и Хашина-Штрикмана и др.) и в связи с простотой использования.

Для повышения качества получаемых результатов крайне перспективным становится использование альтернативных устойчивых методов проведения проектных исследований композиционных материалов. К числу таких методов следует отнести: прежде всего, численное моделирование и автоматизированную оценку необходимых характеристик.

Численные и численно-аналитические методы исследования композитов развиваются достаточно давно и представлены работами многих исследователей (Бахвалов Н.С., Победря Б.Е., Панасенко Г.П., Э. Санчес-Паленсия., Bensoussan A., Lions J.L., Papanicolaou G., Сендецки Дж., Кристенсен Р., Димитриенко Ю.И.<sup>1</sup>).

К наиболее перспективным методам, которые применяют для этих задач (по большей части в зарубежных исследованиях и при реальном проектировании новых композитов) следует отнести:

- класс методов гомогенизации в том числе многомасштабную гомогенизацию (МН), – все эти методы используются совместно с методом конечных элементов (FEM);
- различного рода модификации метода конечных элементов (Smoothed Particle Hydrodynamics – SPH);
- методы молекулярной динамики (MD) – особенно с развитием вычислительной техники эти методы становятся все более интересными с точки зрения возможности анализа задач механики сплошной среды на наноразмерном уровне.

В данной работе представлены результаты численного моделирования эффективных характеристик КМ на основе модификации метода, предложенного проф. Бахваловым Н.С. и проф. Победрей Б.Е. [2, 3]. Эти исследователи предложили использовать метод асимптотического осреднения (МАО) (в зарубежной литературе – метод гомогенизации или **МН**) для моделирования гетерогенных структур. Профессор Димитриенко Ю.И. со своими учениками развили базовые подходы, заложенные в этом методе, и предложили использовать его для случая многомасштабного моделирования иерархических структур [9–13].

**Замечание 1.** Впоследствии проведенных исследований были разработаны программные реализации численных схем проведения анализа механических, теплофизических, электромагнитных и прочих свойств композиционных материалов. Разработана интегрированная программная платформа. Исследования показали (работы проводились в рамках Грантов и на инициативной основе), что в процессе численного моделирования требуется решать сложные интегродифференциальные системы уравнений в рамках теорий упругости, теплопроводности, термоупругости, пластичности, прочности и других в пространственных постановках. В результате проведения ряда НИР была разработана Распределенная вычислительная система GCD [9, 14, 15].

При использовании этого метода встает острая проблема нехватки исходных данных. А именно: метод требуют определения существенного массива исходных данных для получения наиболее точного результата<sup>2</sup>.

<sup>1</sup>В особенности в работах [2–8].

<sup>2</sup>Например, для вычисления эффективных упругих модулей (компонент эффективного тензора модулей упругости  $C_{ijkl}$ , знание которого позволит определить: модули Юнга  $E_i$ , модули сдвига  $G_{ij}$ , коэффициенты Пуассона  $\nu_{ij}$ ) в наиболее общем трехмерном случае с учетом, что исследуется композиционный материал в состав которого входит две компоненты, необходимо: знать по 21-ой компоненте тензоров модулей упругости для каждой компоненты  $C_{ijkl}^\alpha$ , где  $\alpha$  – номер компоненты. Указанная информация в подавляющем большинстве случаев не может быть найдена экспериментально, что приводит к необходимости существенного упрощения использованных математических моделей материалов-компонентов: например, рассмотрение компонент как изотропных. Однако, в особенности для композитов, подобные упрощения ведут к существенным погрешностям в процессе численного счета (результаты были получены в работах по Грантам Президента РФ: МК-4223.2010.8, МК-2498.2011.8, МК-765.2012.8) при сравнении с результатами экспериментальных исследований. Как показали сравнения погрешности могут составлять в

Таким образом **объектом исследования** данной работы стали неизвестные характеристики отдельных компонент исследуемых КМ.

Далее представлен численный подход, на основе которого осуществлялась оценка этих свойств.

**Замечание 2.** В работе представлены результаты оценки неизвестных характеристик отдельных компонент исследуемых КМ с использованием численных методов решения обратных задач микромеханики КМ.

**Замечание 3.** В частности, в работе приведены результаты исследования упругих характеристик композиционных материалов и их компонент.

## 2. Математическая постановка задачи и особенности программной реализации

**2.1. Алгоритм поиска эффективных упругих характеристик КМ с помощью метода асимптотического осреднения (МАО)** В работе использовался подход, который представлен алгоритмом 1, теоретические основы которого и детали программной реализации представлены в работах [9, 14].

---

**Алгоритм 1** Алгоритм поиска эффективных упругих характеристик (ЭУХ) КМ на основе метода гомогенизации (МГ) или метода асимптотического осреднения (МАО) [3, 16]. Для непосредственного проведения вычислительного эксперимента в работе применялась Распределенная Вычислительная Система GCD (PBC GCD)

---

- 1: Постановка **прямой задачи** поиска ЭУХ КМ  $C_{ijkl}^*$ : определение упругих характеристик каждой компоненты исследуемого КМ  $C_{ijkl}^\alpha$ , где  $\alpha$  – номер соответствующей компоненты КМ (матрица, наполнитель, межфазный слой).
  - 2: Постановка и решение с помощью МКЭ «локальных задач»  $L_{pq}$  [14, 17] на так называемых «ячейках периодичности».
  - 3: Обработка результатов решения задач  $L_{pq}$  с помощью МАО и вычисление ЭУХ КМ.
- 

На Рисунке 2 представлена сетевая модель **HOM\_NET\_MODEL** программной реализации метода асимптотического осреднения [2, 3, 16], которая использовалась для решения задачи поиска ЭУХ КМ в рамках PBC GCD [18].

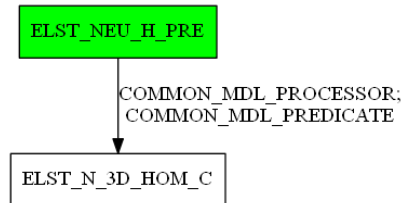


Рис. 2. Сетевая модель **HOM\_NET\_MODEL** программной реализации метода асимптотического осреднения (МАО) для решения задачи поиска эффективных упругих характеристик КМ (решатель **ELST\_NEU\_3D\_HOM**).

Для сетевой модели, представленной на Рисунке 2.

---

самых лучших случаях от 20 до 30%, что совершенно неудовлетворительно для реальных практически значимых задач (максимальные погрешности численного метода не должны превышать 10% в этом случае метод может быть использован в реальном процессе проектирования новых композиционных материалов). В результате указанных особенностей численного моделирования композитов было принято решение осуществлять процесс моделирования их свойств с учетом знания об уже проведенных некогда экспериментальных исследованиях.

- **ELST\_NEU\_H\_PRE** есть ссылка на препроцессор для метода гомогенизации (МГ) поиска эффективных упругих характеристик КМ. Препроцессинг для МГ основан на загрузке исходных данных в формате **TSK**<sup>3</sup> (см. Рисунок 3);
- **ELST\_N\_3D\_HOM\_C** есть решатель задачи поиска эффективных упругих характеристик КМ, основанный на сетевой модели **HOM\_NET\_MODEL\_CO** программной реализации вычислительной процедуры метода гомогенизации (см. Рисунок 5).

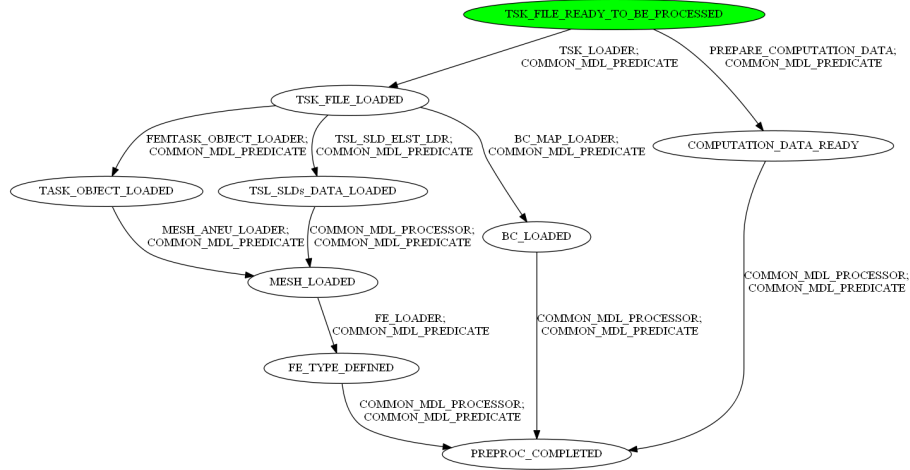


Рис. 3. Решатель **ELST\_NEU\_H\_PRE** основанный на сетевой модели **FEM\_PREPROCESSING\_MODEL**. Обеспечивает программную реализацию препроцессинга исходных данных постановки задачи поиска эффективных упругих характеристик КМ.

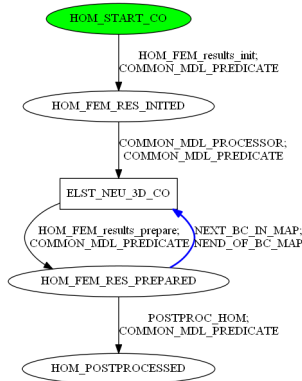


Рис. 4. Решатель **ELST\_N\_3D\_HOM\_C** задачи поиска эффективных упругих характеристик КМ, основанный на сетевой модели **HOM\_NET\_MODEL\_CO** программной реализации вычислительной процедуры метода гомогенизации. Здесь **ELST\_NEU\_3D\_CO** – решатель задачи  $L_{pq}$  [14] о НДС с помощью МКЭ.

<sup>3</sup>Формат **TSK** был определен в РВС GCD для обеспечения возможности постановки задач механики сплошных сред, решаемых с помощью МКЭ и других конечно-элементных методов.

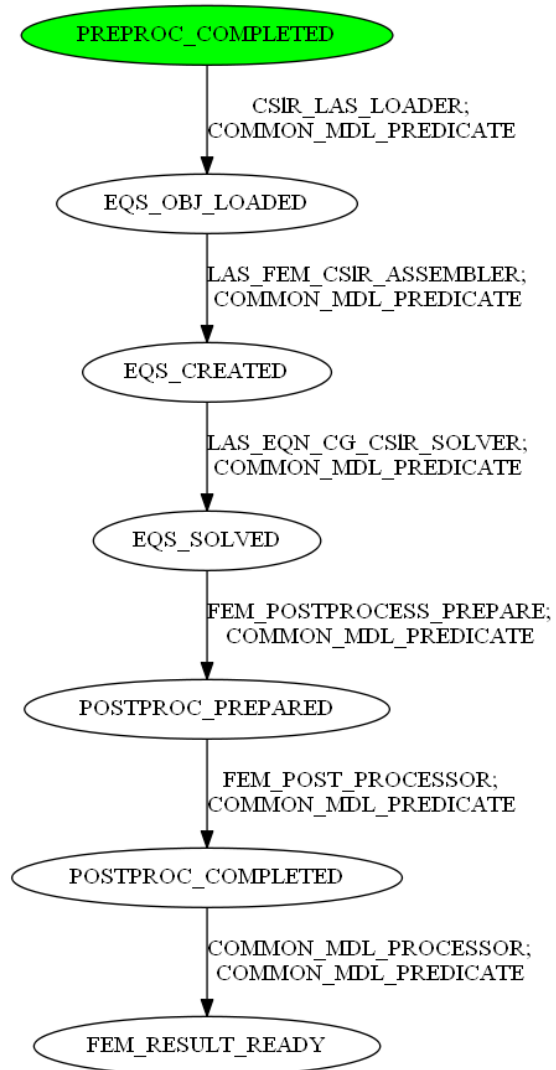


Рис. 5. Решатель **ELST\_NEU\_3D\_CO** задачи о НДС (в рамках модели линейной теории упругости) с помощью МКЭ на основе сетевой модели **FEM\_CULCULATING\_MODEL**.

**2.2. Алгоритм численной оценки (идентификации) неизвестных отдельных упругих характеристик  $C_{ijkl}^\alpha$  компонент  $\alpha$  исследуемого КМ, для которого известны ЭУХВ** ряде практически значимых задач часто встречается ситуация, когда нет объективной возможности определить весь необходимый для решения задачи набор исходных данных. В таких задачам следует отнести и задачу определения ЭУХ КМ: например, упругие характеристики поперек моноволокон не могут быть найдены экспериментально.

Для обработки такой ситуации в настоящей работе была поставлена задача идентификации исходных характеристик отдельных компонент исследуемого КМ: другими словами была поставлена **обратная задача микромеханики КМ**.

Известно, что решение обратной задачи может быть сведено к решению задачи оптимизации.

Минимизируемый функционал был определен выражением (1):

$$|\phi(\mathbf{x})|_\infty = |HOM(\mathbf{x}) - TST|_\infty \rightarrow \min; \quad (1)$$

где  $HOM(\cdot)$  – численно получаемый вектор ЭУХ КМ с помощью метода гоменизации;

$TST$  – известный (требуемый или известный из эксперимента) вектор ЭУХ КМ;  $\mathbf{x}$  – вектор варьируемых параметров, размерность которого определяется числом параметров заданных неточно (диапазонами их изменения).

В связи с тем, что число исходных данных для задач определения ЭУХ КМ может быть существенным, то вполне возможна ситуация, когда фиксированные экспериментально полученные ЭУХ КМ  $C_{ijkl}^*$  могут быть получены (возможно с различной точностью) при различных реализациях исходных данных  $C_{ijkl}^\alpha$  компонент  $\alpha$  исследуемого КМ, заданных неточно. Такая особенность задачи приводит к возможности появления нескольких локальных экстремумов в пространстве варьируемых параметров. Поэтому встала задача выбора метода глобальной оптимизации для повышения вероятности определения глобального экстремума.

В последнее время широкое распространение получили стохастические «поведенческие» методы решения задач глобальной оптимизации. Одним из достаточно хорошо изученных методов является метод «роя частиц» (Particle Swarm Optimization (PSO)) [19].

Существует целый ряд модификаций этого метода [20, 21]. В настоящей работе для оценки характеристик исходных компонент КМ с целью достижения заданных ЭУХ был реализован канонический метод «роя частиц» (PSO).

Алгоритм 2 представляет «метод роя частиц», который был использован для решения обратных задач микромеханики КМ. Особенности программной реализации этого подхода выходят за рамки данной работы.

### **2.2.1. Особенности процесса решения задачи идентификации характеристик отдельных компонент КМ**

- А. Эффективные упругие характеристики исследуемого КМ  $C_{ijkl}^*$  должны быть известны из эксперимента или некоторого расчета.
- В. Отдельные скалярные характеристики компонент исследуемого КМ  $C_{ijkl}^\alpha$  могут быть определены неточно предположительными диапазонами, в рамках которых действительно «лежат» требуемые для определения значения. Пример подобного определения исходных данных представлен Листингом 1.
- С. Для хранения результатов расчета и загрузки известных исходных данных в работе применялось созданное хранилище данных PBC GCD **GCDDb**.

---

**Алгоритм 2** Алгоритм численной оценки неизвестных отдельных упругих характеристик  $C_{ijkl}^\alpha$  компонент  $\alpha$  исследуемого КМ, для которого известны ЭУХ  $C_{ijkl}^*$  (из эксперимента или некоторого расчета). Для непосредственного проведения вычислительного эксперимента в работе применялась Распределенная Вычислительная Система GCD (PBC GCD)

---

- 1: Формальная постановка **прямой задачи** поиска ЭУХ исследуемого КМ  $C_{ijkl}^*$  с учетом возможно неточного определения отдельных скалярных характеристик компонент исследуемого КМ  $C_{ijkl}^\alpha$ .
  - 2: Автоматическое определение списка  $L_{input}$  идентификаторов всех входных параметров, заданных неточно (диапазонами). Как следствие: определение размерности  $N = |L_{input}|$  пространства варьируемых параметров.
  - 3: Запрос информации об известных ЭУХ исследуемого КМ  $C_{ijkl}^*$  из общего хранилища данных.
  - 4: Постановка **обратной задачи** идентификации неизвестных характеристик отдельных компонент КМ  $C_{ijkl}^\alpha$ , где  $\alpha$  – индекс компоненты.
  - 5: Формализация и запуск циклической процедуры оптимизации на основе метода «роя частиц» PSO.
    - Определение «роя частиц» («облака» точек из пространства варьируемых параметров).
    - Постановка и решение с помощью МАО «локальных задач»  $L_{pq}$  [17] на так называемых «ячейках периодичности».
    - Обработка результатов решения задач  $L_{pq}$  с помощью МАО и вычисление ЭУХ КМ.
    - Анализ отклонения от известных  $C_{ijkl}^*$ .
-



Д. Идентификация неизвестных параметров осуществлялась на основе применения метода глобальной оптимизации «роя частиц» (PSO) [20, 21].

В Листинге 1 представлен небольшой фрагмент файла исходных данных свойств отдельной компоненты исследуемого КМ.

Листинг 1. Фрагмент файла свойств в формате .sld основанного на формате aINI PBC GCD. Ряд скалярных данных определен неточно: в виде диапазонов.

---

```
// Упругие характеристики текущего материала (интегральные/
// эффективные)
// P=[CV;BV:EV;ST] – Описание
// P – Имя параметра
// CV – Текущее значение, если инструмент вычисления не
// поддерживает возможности оценки
// BV – Начальное значение варьируемого диапазона
// EV – Конечное значение варьируемого диапазона
// ST – Желательный шаг варьирования (использование зависит от
// метода оценки)
// E – Young modulus
// PR – Poisson ratio
// SHM – Shear modulus
[Elasticity]
*EXX=225000 [[MPa]] // Модуль Юнга XX
EYY=[10000;5000:30000;100] [[MPa]] // Модуль Юнга YY
EZZ=[10000;5000:30000] [[MPa]] // Модуль Юнга ZZ
*PRXY=0.25 // Коэффициент Пуассона XY
PRXZ=[0.23;0.21:0.26] // Коэффициент Пуассона XZ
PRYZ=[0.37;0.36:0.41] // Коэффициент Пуассона YZ
SHMXY=6000 [[MPa]] // Модуль сдвига XY
SHMXZ=6000 [[MPa]] // Модуль сдвига XZ
SHMYZ=9500 [[MPa]] // Модуль сдвига YZ
```

---

Если рассматривать только этот фрагмент файла, то список варьируемых параметров будет определен так (2):

$$\begin{aligned} L_{input} &= \{EYY, EZZ, PRXZ, PRYZ\}; \\ N &= |L_{input}| = 4. \end{aligned} \quad (2)$$

Где  $N$  – размерность пространства варьируемых параметров.

**2.2.2. Теоретические особенности канонического метода «роя частиц»** В  $N$  мерном пространстве варьируемых параметров определяется множество точек (далее называемых частицами)  $P_i$ . В отдельный момент времени каждая частица определяется ее координатами  $x_i$  и компонентами вектора ее скорости  $v_i$ .

Итерации в каноническом методе роя частиц PSO определяются выражением (3):

$$\begin{cases} v_{i,t+1} = \alpha v_{i,t} + U_1[0, \beta] \otimes (x_{i,t}^b - x_{i,t}) + U_2[0, \gamma] \otimes (x_{g,t} - x_{i,t}); \\ x_{i,t+1} = x_{i,t} + v_{i,t+1}; \end{cases} \quad (3)$$

где  $U_j[0, a]$  – векторы псевдо случайных чисел размерности  $N$ , соответствующей размерности пространства варьируемых параметров (каждая компонента такого вектора принадлежит отрезку  $[0, a]$ );

$\otimes$  – оператор покомпонентного умножения векторов;  
 $\alpha$  – определяет инерционные свойства частицы;  
 $\beta$  – определяет значение «когнитивного» (по социальной терминологии) компонента и формализует тенденцию частицы вернуться в положение с минимальным значением целевой функции (в векторе  $\mathbf{x}^b$ );  
 $\gamma$  – определяет значение «социального» компонента и формализует тенденцию частицы двигаться в сторону соседа с минимальным значением целевой функции (понятие и топологии соседства частиц глубоко рассмотрены в работах Карпенко А.П. [20, 21]).

**2.2.3. Сетевая модель программной реализации метода «роя частиц» для задачи глобальной оптимизации (Particle Swarm Optimization (PSO))** На Рисунке 6 представлена сетевая модель **PSO\_MODEL** программной реализации метода роя частиц [20, 21]. Этот метод применялся для идентификации неизвестных параметров отдельных компонент исследуемых КМ в рамках задачи анализа упругих характеристик КМ.

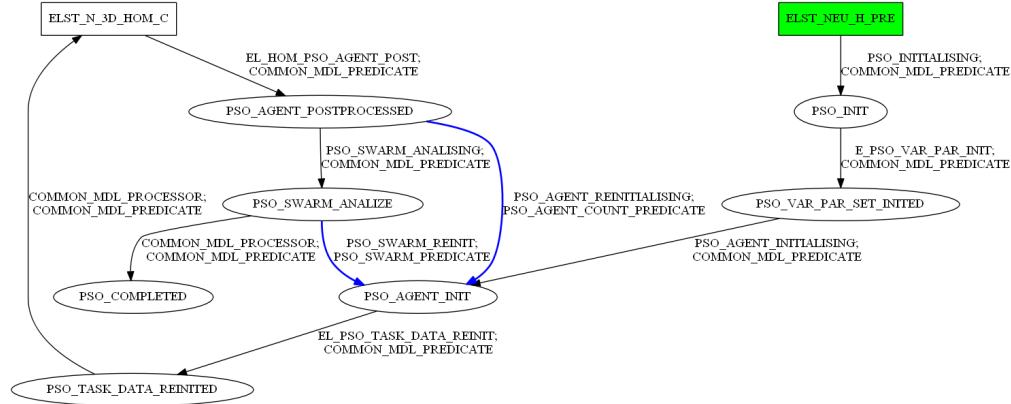


Рис. 6. Решатель **PSO\_ELST\_NEU\_3D**, основанный на сетевой модели **PSO\_MODEL** программной реализации метода «роя частиц» для задачи глобальной оптимизации (Particle Swarm Optimization (PSO)). Метод применялся для идентификации неизвестных упругих характеристик отдельных компонент исследуемых КМ. В основе, как видно из рисунка, лежит применение методов: МКЭ и МАО.

Как видно из рисунка программная реализация решателя **PSO\_ELST\_NEU\_3D** включила автоматический запуск решателей:

- А. **ELST\_N\_3D\_HOM\_C** (см. Рисунок 4) для решения прямой задачи поиска ЭУХ КМ;
- В. **ELST\_NEU\_H\_PRE** (см. Рисунок 3) для осуществления стандартного препроцессинга в рамках МАО или метода гомогенизации.

#### 2.2.4. Особенности программной реализации метода «роя частиц» PSO

- А. Разработка отдельных вычислительных процедур была осуществлена при помощи языка программирования C/C++ с применением как структурного [22] так и объектно-ориентированного подходов [23, 24].

- В. В качестве базовой программной платформы создания вычислительных инструментов использовалась Распределенная вычислительная система GCD [25].
- С. Интеграция новых вычислительных инструментов в PBC GCD осуществлялась на основе использования специализированных CASE инструментов платформы SA2 [26].

### 3. Вычислительный эксперимент

**3.1. Постановка вычислительного эксперимента** Апробирование представленного подхода было осуществлено на примере оценки характеристик исходных компонент модельного композиционного материала. Оценивалось значение модуля Юнга  $E^m$  изотропного связующего 3D-армированного КМ на основе угольных высокомодульных волокон (некоторые исходные данные представлены в Таблице 1).

Таблица 1. Исходные данные модельной задачи оценки неизвестных характеристик компонент 3D-армированных углепластиков.

Наименование параметра	Значение
Исследуемый КМ	3D-армированный композиционный материал на основе угольных волокон и эпоксидной матрицы
Объект анализа	упругие характеристики компонент КМ
Варьируемые параметры	$E^m \in [0, 5000]$ [МПа] – предполагалось, что модуль Юнга эпоксидного связующего был задан неточно
Результат эксперимента $TST$	$TST = 2100$ [МПа]
Размерность пространства варьируемых параметров	$N = 1$
Частицы метода PSO	Число частиц $M = 10$ : равномерно распределены в одномерном пространстве варьируемых параметров (на «отрезке» $[0, 5000]$ ) с нулевыми векторами скоростей
Параметры метода PSO	$\alpha = 0.7298$ ; $\beta = \gamma = 1.49618$

На Рисунке 7 представлена зависимость целевой функции  $|\phi_i(\mathbf{x})|_\infty$  от номера итерации  $i$ .

### 4. Обсуждение

Согласно полученным результатам может быть сделан вывод о работоспособности используемого подхода для решения обратных задач миркомеханики композитов.

Однако, следует отметить условия проведенного вычислительного эксперимента.

- Одномерное пространство варьируемых параметров (оцениваемым параметром был лишь один параметр – Модуль Юнга связующего  $E_{XX}$ ), тогда как для практически значимых задач число варьируемых параметров должно достигать хотя бы 10-20.
- Сравнение результатов, получаемых с помощью метода гомогенизации [27],

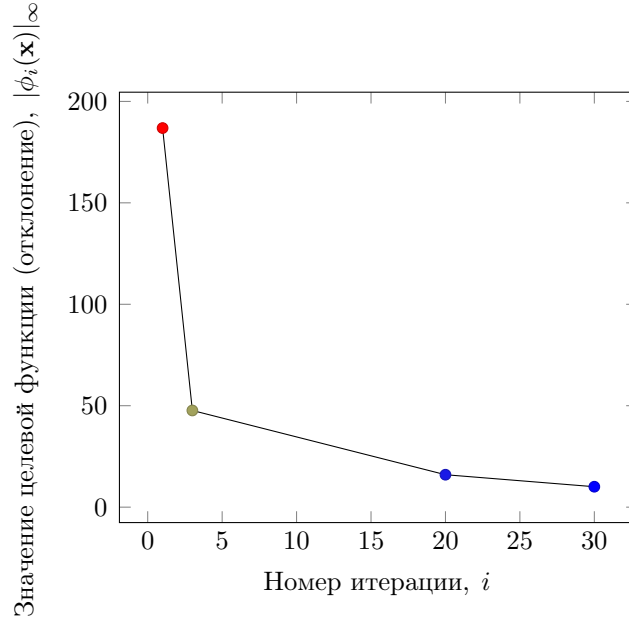


Рис. 7. Зависимость значения целевой функции  $|\phi_i(\mathbf{x})|_\infty$  (отклонение от результата эксперимента или требуемых значений) от номера итерации  $i$ .

с известными значениями, заданными проектными требованиями или проведенным экспериментом, осуществлялось с использованием стандартной нормы  $\|x^{exp} - x^{cmp}\|_\infty = \max_i |x_i^{exp} - x_i^{cmp}|$  (максимум из всех отклонений по модулю между вычислительными результатами и результатами эксперимента), однако такая норма не позволяет выделять среди полученных отдельных скалярных результатов очевидно неверные.

- Модельный расчет был осуществлен на локальной рабочей станции без использования технологий параллельных вычислений (MPI, OpenMP). В связи с существенной вычислительной сложностью задачи расчет эффективных упругих характеристик композиционных материалов с помощью метода гомогенизации<sup>4</sup> потребовал существенного процессорного времени на одной машине (около 2 часов).

Согласно полученным результатам очевидно, что построенный вычислительный алгоритм сходится.

## 5. Выводы

А. Использование методов: асимптотического осреднения (или гомогенизации) (МН), конечных элементов (FEM) и роя частиц (PSO) позволяет решать задачу идентификации упругих характеристик исследуемого КМ.

<sup>4</sup>Расчет осуществлялся на конечно-элементной сетке, состоящей из 64 тысяч КЭ и 8 тысяч узлов, что привело к СЛАУ размерностью 37 065 уравнений. Решение данной СЛАУ было получено за 2.79 сек., а ее сборка 1.46 сек., что привело к временным затратам на решение каждой задачи  $L_{pq}$  за 4,25 сек. Для получения ЭУХ КМ в рамках МГ потребовалось решить 6 задач  $L_{pq}$ , что привело к совокупным временным затратам на МГ расчет в 25.5 сек.

- В. Эффективное использование метода PSO для реальных практически значимых задач возможно только с использованием высокопроизводительных вычислительных систем с применением специализированных библиотек параллельных вычислений (MPI, OpenMP) в связи с необходимостью:
- (а) существенного увеличения (в данной работе пространство варьируемых параметров было **одномерным**) размерности пространства варьируемых параметров;
  - (б) существенного увеличения числа частиц метода PSO (в данной работе число частиц было равно 10).
- С. В рамках данной работы был реализован канонический метод «роя частиц». Существует ряд оптимизированных методов данного класса, использование которых предположительно должно повысить быстродействие алгоритма решения обратной задачи микромеханики КМ.
- Д. Применение новой технологии, интегрированной в PBC GCD, построения сложных вычислительных методов на основе применения понятий теории графов позволило обеспечить существенное сокращение сроков создания программных реализаций вычислительных процедур.

## 6. Благодарности

Работа проведена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации в рамках договора №**14.124.13.6573-МК** от **04 февраля 2013 г.**(грант Президента РФ МК-6573.2013.3.).

## Summary

*Alexandr P. Sokolov, Vitaliy N. Schetinin* Identification of elastic properties of components of composites based on computational methods of micromechanics of heterogeneous medium in inversed formulation for design process of composite materials. It is very important to be able to estimate properties of composite material under research or design before its direct production. Most properties of composite and especially its components are unknown. It is impossible to carry out any experiments to estimate such properties: for example Young modulus or ultimate tensile strength in crossverse direction to axis of carbon monofiber. Computational method was proposed to estimate such properties using experimental data. Special software was developed to solve coupled micromechanics problems in direct and inversed statement. Computational experiments had been carried out and results has been achieved. **Key words:** multiscale material modeling, finite element method, distributed software systems, homogenization, elasticity, ultimate tensile strength, Monte-Carlo methods, client-server architectures, tensor failure functions, composite material destruction, optimization, inversed statements, reverse analysis.

---

Сведения о каждом из авторов статьи

**Соколов, Александр Павлович** – канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры «Вычислительной математики и математической физики» МГТУ им. Н.Э. Баумана

E-mail: [alsokolo@bmstu.ru](mailto:alsokolo@bmstu.ru)

**Щетинин, Виталий Николаевич** – студент кафедры «Систем автоматизированного проектирования» МГТУ им. Н.Э. Баумана

E-mail: [sch\\_vitaliy@mail.ru](mailto:sch_vitaliy@mail.ru)

### Литература

1. Каськов С.И., Дилевская Е.В., Станкевич И.В., Попков-Мелентьев А.А., Численное решение нелинейных задач теплопроводности, Тепловые процессы в технике 1 (11) (2009) 487–493.  
URL <http://gcad.bmstu.ru/gcdrep/rsc/art/Copies/\T2A\CYRK\T2A\cyra\T2A\cyrs\T2A\cyrsftsn\T2A\cyrk\T2A\cyro\T2A\cyrv\T2A\CYRD\T2A\cyri\T2A\cyr1\T2A\cyre\T2A\cyrv\T2A\cyrs\T2A\cyrk\T2A\cyra\T2A\cyrya\T2A\CYRS\T2A\cyrt\T2A\cyra\T2A\cyrn\T2A\cyrk2009-\T2A\CYRCH\T2A\cyri\T2A\cyrs\T2A\cyr1\T2A\CYRR\T2A\cyre\T2A\cyrsh\T2A\CYRN\T2A\cyre\T2A\cyr1\T2A\cyri\T2A\cyrn\T2A\CYRZ\T2A\cyra\T2A\cyrd\T2A\cyrch\T2A\CYRT\T2A\cyre\T2A\cyrp\T2A\cyr1\T2A\cyro\T2A\cyrp\T2A\cyrr.pdf>
2. Бахвалов Н.С., Осредненные характеристики тел с периодической структурой, Докл. АН СССР Т.218 (5) (1974) 1040.
3. Победра Б.Е., Механика композиционных материалов, Москва: МГУ, 1984.
4. Санчес-Паленсия, Э., Неоднородные среды и теория колебаний, Мир, Москва, 1984.
5. Bensoussan A., Lions J.L., Papanicolaou G., Asymptotic Analysis for Periodic Structures, North Holland, Amsterdam, 1978.
6. Сендецки, Дж., Механика композиционных материалов, Мир, 1978.
7. Кристенсен Р., Введение в механику композитов, Москва: Мир, 1982.
8. Dimitrienko Yu.I., Sokolov A.P., On elasticity properties of composite materials, Mathematical Models and Computer Simulations 2 (1) (2010) 116–130. doi:10.1134/S2070048210010126.
9. Соколов А.П., Математическое моделирование эффективных упругих композитов с многоуровневой иерархической структурой, Ph.D. thesis, МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва (2008).  
URL <http://gcad.bmstu.ru/gcdrep/rsc/rpt/SokolovThesis2008/\T2A\CYRS\T2A\cyro\T2A\cyrk\T2A\cyro\T2A\cyr1\T2A\cyro\T2A\cyrv\T2A\CYRA.\T2A\CYRP.-\T2A\CYRD\T2A\cyri\T2A\cyrs\T2A\cyrs\T2A\cyre\T2A\cyrr\T2A\cyrt\T2A\cyra\T2A\cyr1\T2A\cyri\T2A\cyrya-02.09.08.pdf>
10. Димитриенко, Ю.И., Соколов, А.П., Разработка численного метода расчета эффективных упругих характеристик композиционных материалов, Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Естественные науки (2) (2008) 56–57.
11. Димитриенко Ю.И., Соколов А.П., Ничеговский Е.С., Конечно-элементное моделирование в механике композиционных материалов, Высокие технологии, фундаментальные и прикладные исследования, образование: Сборник трудов / Под ред. А.П. Кудинова, Г.Г. Матвиенко 11 (2007) 131–133.
12. Димитриенко Ю.И., Соколов А.П., Многомасштабное моделирование упругих композиционных материалов, Математическое моделирование 24 (5) (2012) 3–20.  
URL <http://www.mathnet.ru/links/a9f9f1ab0ecd0863cade9b4889f35999/mm3245.pdf>
13. Димитриенко Ю.И., Соколов А.П., Ш. Юрин Ю.В., Моделирование поверхностей прочности композитов на основе микроструктурного конечно-элементного анализа, Наука и образование: электронное научно-техническое издание. 11 (2012.) 487–494.

14. Димитриенко Ю.И., Соколов А.П., Система автоматизированного прогнозирования свойств композиционных материалов, Информационные технологии 1 (8) (2008) 31–38.  
URL <http://elibrary.ru/item.asp?id=12879166>
15. Димитриенко, Ю.И., Соколов, А.П., Программа для численного моделирования упругих характеристик композиционных материалов, свид. 2012611527 от 10.02.2012, заявл. 2011619481 от 13.12.2011 (2012).  
URL <http://195.19.32.74/svn/sa2doc/01-\T2A\CYRN\T2A\cyra\T2A\cyru\T2A\cyrk\T2A\cyra.\T2A\CYRP\T2A\cyrr\T2A\cyro\T2A\cyre\T2A\cyrk\T2A\cyrt\T2A\cyrery.\T2A\CYRZ\T2A\cyra\T2A\cyrk\T2A\cyra\T2A\cyrz\T2A\cyrery/12-\T2A\CYRP\T2A\cyra\T2A\cyrt\T2A\cyre\T2A\cyrn\T2A\cyrt\T2A\cyrery-\T2A\CYRN\T2A\cyro\T2A\cyru-\T2A\CYRH\T2A\cyra\T2A\cyru-\T2A\CYRI\T2A\cyrz\T2A\cyro\T2A\cyrb\T2A\cyrr\T2A\cyre\T2A\cyrt\T2A\cyre\T2A\cyrn\T2A\cyri\T2A\cyrya/125-\T2A\CYRS\T2A\cyrv\T2A\cyri\T2A\cyrd\T2A\cyre\T2A\cyrt\T2A\cyre\T2A\cyrl\T2A\cyrstsn\T2A\cyrst\T2A\cyrt\T2A\cyrv\T2A\cyra/EUH-CM-2012611527.pdf>
16. Бахвалов Н.С., Панасенко Г.П., Осреднение процессов в периодических средах, Москва: Наука, 1984.
17. Димитриенко Ю.И., Соколов А.П., Метод конечных элементов для решения локальных задач механики композиционных материалов (2010).  
URL <http://gcad.bmstu.ru/gcdrep/rsc/rpt/FEM/%D0%94%D0%B8%D0%BC%D0%B8%D1%82%D1%80%D0%B8%D0%B5%D0%BD%D0%BA%D0%BE,%20%D0%A1%D0%BE%D0%BA%D0%BE%D0%BB%D0%BE%D0%B2%20-%20%D0%9C%D0%9A%D0%AD%20-%20%D0%BF%D0%BE%D1%81%D0%BE%D0%B1%D0%B8%D0%B5.pdf>
18. Y. Dimitrienko, A. Sokolov, Numerical modeling of composites with multiscale microstructure, Bulletin of the Russian Academy of Sciences. Physics 75 (11) (2011) 1457–1461. doi:10.3103/S1062873811110074.
19. Kennedy, J., Eberhart, R., Particle swarm optimization, Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks 4 (1995) 1942–1948. doi:10.1109/ICNN.1995.488968.
20. Карпенко А.П., Селиверстов Е.Ю., Обзор методов роя частиц для задачи глобальной оптимизации (particle swarm optimization), Наука и образование: электронное научно-техническое издание (3) (2009) 26.  
URL <http://elibrary.ru/item.asp?id=12795458>
21. Карпенко А.П., Селиверстов Е.Ю., Глобальная оптимизация методом роя частиц. Обзор., Информационные технологии (2010) 25–34.  
URL <http://elibrary.ru/item.asp?id=13046966>
22. Дал, У., Дейкстра, Э., Хоор, К., Структурное программирование (Structured Programming), М.: Мир, 1975.
23. Буч, Г., Объектно-ориентированный анализ и проектирование с примерами приложений на С++ (2-е изд.), М.: Издательство БИНОМ, 1998.
24. Гамма, Э., Хелм, Р., Джонсон, Р., Влиссидес, Д., Приемы объектно-ориентированного программирования. Паттерны проектирования., СПб.: Питер, 2010.
25. Соколов А.П., Шпакова Ю.В., Першин А.Ю., Макаренков В.М., Разработка информационной программной подсистемы в РВС gcd обеспечения процесса коллективного проектирования композиционных материалов, in: Материалы XVIII Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМПСПС 2013), - Алушта. Украина: МАИ, 22-31 мая 2013 г., с. 239-241., МГТУ им. Н.Э. Баумана, НОЦ Симплекс, Московский авиационный институт, 2013, pp. 329–241.  
URL [http://gcad.bmstu.ru/gcdrep/rsc/prs/cpx\\_GCAD/sln\\_Roles/gcdrol\\_spr\\_VMSPPS2013\\_B\\_CMAAnalysis/gcdrol\\_spr\\_VMSPPS2013\\_B\\_CMAAnalysis.pdf](http://gcad.bmstu.ru/gcdrep/rsc/prs/cpx_GCAD/sln_Roles/gcdrol_spr_VMSPPS2013_B_CMAAnalysis/gcdrol_spr_VMSPPS2013_B_CMAAnalysis.pdf)

26. Соколов А.П., Практика использования CASE инструментов для ведения разработки прикладного программного обеспечения. Методика создания расширений программных систем, Москва (2014).  
URL [http://gcad.bmstu.ru/gcdrep/rsc/rpt/sa2cse\\_tlk\\_CASETools/sa2cse\\_tlk\\_CASETools.pdf](http://gcad.bmstu.ru/gcdrep/rsc/rpt/sa2cse_tlk_CASETools/sa2cse_tlk_CASETools.pdf)
27. Димитриенко, Ю.И., Соколов, А.П., Разработка численного метода расчета эффективных упругих характеристик композиционных материалов, Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Естественные науки 2 (2008) 56–67.